Klasse 11

1. Schulaufgabe Mathematik

Aufgabensammlung mit allen typischen Aufgabenstellungen
(Thema: Gebrochen-rationale Funktionen)

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{3x-2}{6x-18} + \frac{1{,}5x^2}{3(x+1)}$

a) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge und die Schnittpunkte der Funktion f mit den Koordinatenachsen.
b) Berechnen Sie ausführlich die beiden Grenzwerte $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ und $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
c) Geben Sie die Art der Polstellen an, sowie die Gleichungen aller Asymptoten.
d) Skizzieren Sie den Graphen von f unter Berücksichtigung aller bisherigen Ergebnisse.
e) Der Funktionsterm soll jetzt so abgeändert werden, dass er an der Stelle $x = 3$ eine hebbare Definitionslücke besitzt.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion $g(x) = \frac{(x-2)(x+3)^2}{4x^2-16}$

a) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge und die Schnittpunkte der Funktion f mit den Koordinatenachsen.
b) Berechnen Sie ausführlich die beiden Grenzwerte $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ und $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$
c) Geben Sie die Art der Polstellen an, sowie die Gleichungen aller Asymptoten.
d) Skizzieren Sie den Graphen von g unter Berücksichtigung aller bisherigen Ergebnisse.
e) Geben Sie den Funktionsterm $g^*(x)$ an, mit einer behobenen Definitionslücke bei x = 2.

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion $h(x) = \frac{x^4+x^2}{x^3-x}$

a) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge und die Schnittpunkte der Funktion f mit den Koordinatenachsen.
b) Berechnen Sie ausführlich die beiden Grenzwerte $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ und $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$
c) Geben Sie die Art der Polstellen an, sowie die Gleichungen aller Asymptoten.
d) Untersuchen Sie, welche Art von Symmetrie vorliegt.
e) Skizzieren Sie den Graphen von h unter Berücksichtigung aller bisherigen Ergebnisse.

Aufgabe 4

Die gebrochen-rationale Funktion f besitzt folgende Eigenschaften, geben Sie einen möglichst einfachen Term der Funktion f an und skizzieren Sie die einzelnen Graphen.

a) Der Graph von f ist achsensymmetrisch zur y-Achse und hat eine Polstelle bei $x_1 = 0$. Bei $x_2 = 4$ befindet sich eine Nullstelle und der Graph hat die Asymptote y = -2 für $x \to \pm\infty$

b) Der Graph von f ist punktsymmetrisch zum Ursprung und hat eine Polstelle bei $x_1 = -3$. Der Graph hat die Asymptote y = 0 für $x \to \pm\infty$, der er sich für $x \to +\infty$ von unten nähert.

c) Der Graph ist von f hat eine Polstelle mit Vorzeichenwechsel bei $x_1 = -2$ und eine Polstelle ohne Vorzeichenwechsel bei $x_2 = 1$.
Für $x \to \pm\infty$ hat der Graph die Asymptote y = -x + 0,5.

d) Der Graph von f hat eine Polstelle ohne Vorzeichenwechsel bei $x_1 = -3$ und für $x \to \pm\infty$ die Asymptote y = 1,5. Bei x = 1 berührt er die x-Achse.

Aufgabe 5

Einer der Funktionsterme passt zu dem gegebenen Graphen. Begründen Sie stichpunktartig welcher in Frage kommt, eventuell mit vorhandenen Asymptoten.

$$a(x) = \frac{1}{2}x + \frac{4}{(x+2)^2}$$

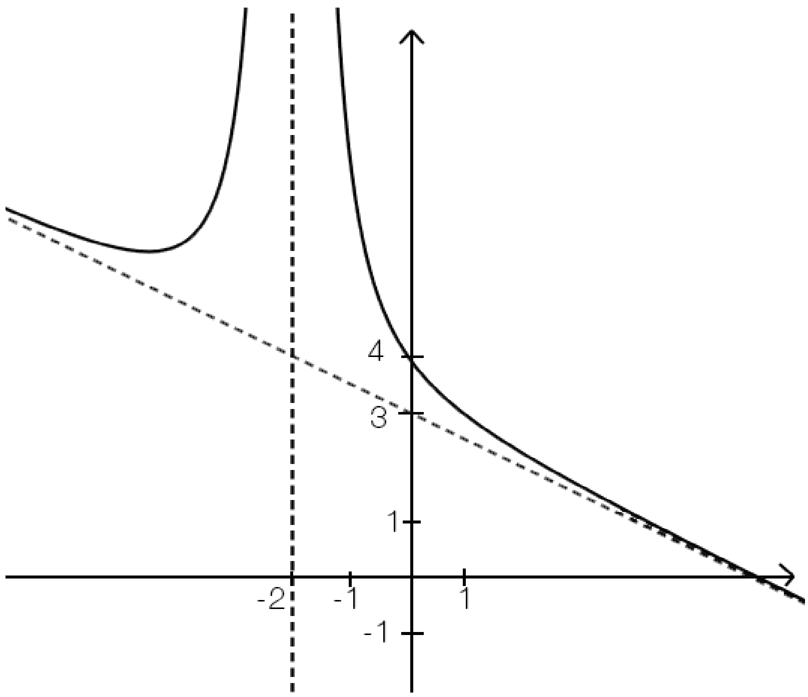
$$b(x) = -0{,}5x + 3 - \frac{4}{(x+2)^2}$$

$$c(x) = -\frac{1}{2}x + 3 + \frac{4}{(2-x)^2}$$

$$d(x) = -0{,}5x + 3 + \frac{4}{(x+2)^2}$$

$$e(x) = \frac{4}{x+2} - 0{,}5x + 3$$

$$f(x) = \frac{4}{(x+2)^2} + x + 3$$



Aufgabe 6

Gegeben ist die Funktion $g(x) = \frac{(3-x)(x+2)}{4-x}$; $\underline{\underline{\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{4\}}}$

a) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion an der Stelle x = 4 mittels Limesbetrachtung.
b) Ändern Sie den Funktionsterm so, dass bei x = 4 eine hebbare Definitionslücke entsteht.

Aufgabe 7

Gegeben ist der Funktionsterm $l(x) = \frac{-3x(x-5)+6}{x-2}$

Ändern Sie den Zähler des Funktionsterms so ab, dass der Graph der Funktion eine schräge Asymptote mit y = -3x hat, und weisen Sie dies nach.

