

# Klasse 10

## 3. Schulaufgabe Mathematik

(Thema: Logarithmus-, Exponentialfunktionen)

### Aufgabe 1 (Thema: Logarithmusfunktionen umformen, berechnen)

Löse die Gleichungen/Vereinfache die Terme – aber immer mit Rechenweg:

- a)  $\log_x(32) = 5$
- b)  $x^{\lg x^2} = 10^{32}$
- c)  $\frac{1}{4} \ln(x + y) + \frac{1}{5} \ln(x - y) - \frac{1}{4} \ln(x^2 - y^2)$

### Aufgabe 2 (Thema: Exponentialfunktionen umformen, berechnen)

Löse die Gleichungen – aber immer mit Rechenweg:

- a)  $3^x = 243$
- b)  $6 \cdot 3^{x+1} = \frac{32 \cdot 4^x}{6^{x+2}}$
- c)  $2^x + 4^x = 2 \cdot 6^2$

### Aufgabe 3 (Thema: exponentielles Wachstums - Kapital)

Ein Kapital von  $K_0$  € wird mit Zinseszinsen angelegt. Nach  $t$  Jahren wächst das Kapital bei einer Verzinsung von  $p$  % auf ein Kapital von  $K$  Euro an. Das Kapital  $K$  kann man mit folgender Gleichung berechnen:

$$K(t) = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$$

- a) Herr Gulden will ein Kapital von 2350 € möglichst gewinnbringend anlegen. Bank A bietet ihm 5,25 % Verzinsung an. Wie lautet die Gleichung der Funktion  $K_A(t)$ , für die Verzinsung des Kapitals bei Bank A ?
- b) Kreditinstitut B bietet eine Verzinsung von 7 %, bei einer einmaligen Gebühr von 350,- €. Wie lautet die Gleichung der Funktion  $K_B(t)$ , für die Verzinsung des Kapitals bei Kreditinstitut B ?  
Um wieviel Euro (auf 1 Cent gerundet) ist nach 15 Jahren das Kapital bei Kreditinstitut B höher als bei Bank A?

- c) Bei welchem Zinssatz der Bank A wären nach 15 Jahren das Kapital bei beiden Angeboten gleichhoch?
- d) In welchem Jahr wäre das Kapital bei den beiden ursprünglichen Angeboten gleichgroß?

**Aufgabe 4** (Thema: exponentielles Wachstums - Bevölkerung)

Gehen wir der Einfachheit halber von einer Weltbevölkerung von 7 Mrd Menschen aus. Die Tabelle zeigt die geschätzte Entwicklung der nächsten 100 Jahre.

| Jahre                          | 0 | 20    | 40    | 60     | 80     | 100   |
|--------------------------------|---|-------|-------|--------|--------|-------|
| Bevölkerung<br>(in Milliarden) | 7 | 18,57 | 49,28 | 130,75 | 346,93 | 920,5 |

- a) Von welcher Wachstumsrate  $p$  pro Jahr wurde ausgegangen?
- b) Wie lange würde es dauern, bis die Weltbevölkerung auf 8 Mrd Menschen angewachsen ist? (Rechne auf 5 Dezimalstellen genau.) [z.K.  $x = 2,73685$  Jahre]
- c) Auf welchen Wert müsste die Wachstumsrate sinken, um die in b) berechnete Zeitspanne zu verdoppeln? (Rechne auf 4 Dezimalstellen genau.)

**Aufgabe 5** (Thema: exponentielle Abnahme - radioaktiver Zerfall)

Von einem radioaktiven Stoff sind nach 20 Jahren noch  $\frac{2}{3}$  der Ausgangsmenge  $A(0)$  vorhanden.

- a) Bestätige durch Rechnung, dass die Basis der Exponentialfunktion  $a = 0,97993$  beträgt.
- b) Berechne daraus die Halbwertszeit.
- c) Welcher Anteil der Ausgangsmenge ist nach 40 Jahren zerfallen?